موقع عيون البصائر التعليمي

مديرية التربية لولاية الجلفة
متوسطة : المجاهد زرقاوي غانم - بحاسي فدول -

مستوى : ثالثة متوسط
المدة : ساعتان

الإمتحان المحروس للفصل الثاني في مادة الرياضيات.

ملاحظة هامة ! : يؤخذ في الحسبان الدقة في التعبير والكتابة الواضحة. **تاريخ اجتياز الامتحان : 31 مايْ 2021**

التمرين الأوّل : (05 نقاط)

⊡ نعتبر العبارة الجبرية $\mathcal{S}$ المعرّفة بالصيغة التالية : $\mathcal{S} = (3x-1)(5x+2)$.

1. أُنشر ثمّ بسّط العبارة $\mathcal{S}$.
2. أُحسب العبارة $\mathcal{S}$ من أجل $x = 6$.
3. حل المعادلة التالية : $20x - 44 = 6 - 5x$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

⊡ $\mathcal{ABC}$ مثلث، يحقّق الشروط التالية : $\mathcal{AB} = 1,2cm$ ، $\mathcal{AC} = 2cm$ و $\mathcal{BC} = 1,6cm$.

1. أثبت أنّ المثلث $\mathcal{ABC}$ قائم.
2. أُحسب جيب تمام الزاوية $\widehat{\mathcal{A}}$ "$\cos(\widehat{\mathcal{A}})$"، ثمّ استنتج القيمة المقرّبة إلى الجزء من المائة لقيس الزاوية $\widehat{\mathcal{A}}$.
3. بطريقتيْن مختلفتيْن، أعط قيمة مقرّبة إلى الجزء من المائة لقيس الزاوية $\widehat{\mathcal{C}}$.

◄ **تذكير مهم :** سبق لك أن لاحظت أنّ : " مجموع أقْياس الزوايا الداخلية لمثلث هو $180°$ ".

التمرين الثالث : (03 نقاط)

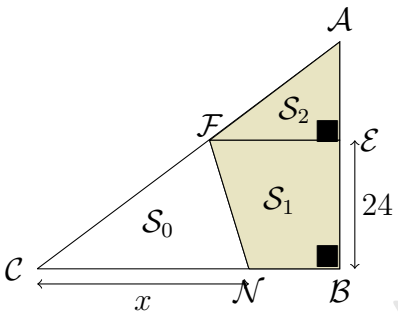
⊡ اشترى إسحاق من المكتبة 7 كراريس و 4 أقْلام ودفع إسحاق 2024 دينار جزائري لصاحب المكتبة.

◄ إذا علمت أن سعر الكراس الواحد يبلغ 6 أضْعاف من سعر القلم الواحد. ما هو سعر كل كراس وكل قلم بالدينار؟.

الوضعية الادماجية : (07 نقاط)

⊡ أراد زيْد و أسامة شراء قطعة أرض $\mathcal{ABC}$ واستغلالها في مشروعيْن مختلفيْن، حيث أراد زيْد بناء مسجد على أرضه $\mathcal{AFNB}$، أمّا أسامة فأراد استثمار أرضه $\mathcal{FCN}$ في بناء بيت وضوء.

. بعد قيام الخبير في الأراضي بأخذ الأطْوال الخاصة بالأرض، أنجز مخطط لهذه الأرض حيث مساحة أرض زيْد $\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$، و مساحة أرض أسامة $\mathcal{S}_0$.



◄ الشكل أعلاه غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية. ولدينا الشروط التالية :

• $(\mathcal{FE})//(\mathcal{BC})$ • $\mathcal{BC} = 77$ • $\mathcal{AB} = 36$ • $\mathcal{AE} = 12$ • $\mathcal{AC} = 85$ • $\mathcal{CN} = x$.

1. اعتماداً على معطيات الشكل أعلاه، أذكر بدقة -**نص نظرية طالس**-.

◄ لاحظ زيْد أنّ الخبير لم يقم بتسجيل طول القطعة $[\mathcal{FE}]$ ساعده في حساب $\mathcal{FE}$ (**تعطى النتيجة على شكل كسر مختزل**).

2. بطريقتيْن مختلفتيْن، أُحسب طول الضلع $[\mathcal{AF}]$. **مساعدة :** يمكنك تطبيق خاصية فيثاغورس المباشرة على المثلث $\mathcal{AEF}$.
3. أثبت صحة المساويات التالية : $\mathcal{S}_0 = 12x$ و $\mathcal{S}_1 = 1232 - 12x$ و $\mathcal{S}_2 = 154$.

• **تذكير :** ◁ مساحة المثلث = (القاعدة × الارتفاع) ÷2.

4. حل المعادلة التالية : $\mathcal{S}_0 = \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$.
5. أعط تفسيراً لحل المعادلة : $\mathcal{S}_0 = \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$.

*** أستاذ المادة : جيوخ العربـــي ***

elbassair.net

التصحيح النموذجي للامتحان الثاني في مادة الرياضيات

حل التمرين الأوّل (05 نقاط)

1. نشر وتبسيط العبارة $\mathcal{S}$:

$$\mathcal{S} = (3x-1)(5x+2)$$
$$\mathcal{S} = 3x(5x+2) - 1(5x+2)$$
$$\mathcal{S} = 3x \times 5x + 3x \times 2 - 1 \times 5x - 1 \times 2$$
$$\mathcal{S} = 15x^2 + 6x - 5x - 2$$
$$\mathcal{S} = 15x^2 + x - 2$$

(00,50 ن) لكل مرحلة صحيحة.

2. حساب العبارة $\mathcal{S}$ من أجل $x = 6$:

• طريقة أولى : (العبارة الأصلية) (01 ن)

لدينا : $\mathcal{S} = (3x-1)(5x+2)$ من أجل $x = 6$.

يكون لدينا : $\mathcal{S} = (3 \times 6 - 1)(5 \times 6 + 2)$

ومنه : $\mathcal{S} = (18-1)(30+2)$

إذن : $\mathcal{S} = 17 \times 32 = 544$.

• طريقة ثانية : (العبارة المبسّطة)

لدينا : $\mathcal{S} = 15x^2 + x - 2$

من أجل $x = 6$ نجد : $\mathcal{S} = 15 \times 6^2 + 6 - 2$

وبالتالي : $\mathcal{S} = 15 \times 36 + 6 - 2$

وعليه : $\mathcal{S} = 540 + 4 = 544$.

3. حل المعادلة $20x - 44 = 6 - 5x$:

في الحقيقة، لدينا : $20x - 44 = 6 - 5x$

وهذا يعني : $20x + 5x = 6 + 44$

وعليه : $25x = 50$

أخيراً نجد : $x = \frac{50}{25}$.

للمعادلة $20x - 44 = 6 - 5x$ حل وحيد وهو : $x = 2$.

(00,50 ن) لكل مرحلة صحيحة.

حل التمرين الثاني (05 نقاط)

1. إثبات أنّ المثلث ABC قائم : (02 ن)

نلاحظ أنّ أطول الأضلاع هو : $[AC]$.

إذن، نقارن بين AC^2 و $AB^2 + BC^2$. لدينا :

$$AB^2 + BC^2 = 1,2^2 + 1,6^2$$
$$AB^2 + BC^2 = 1,44 + 2,56$$
$$AB^2 + BC^2 = 4$$

هذا من جهة أولى، ومن جهة ثانية، لدينا : $AC^2 = 2^2 = 4$.

وعليه، نستخلص أنّ :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

- حسب الخاصية العكسية لفيتاغورس -

فالمثلث ABC قائم في B.

2. حساب $cos(\widehat{A})$: (01 ن)

بما أنّ المثلث ABC قائم في B.

ونعلم أيضاً : **جيب تمام زاوية حادّة = طول الضلع المجاور لهذه الزاوية ÷ طول الوتر.**

بمعنى آخر :

$$cos(\widehat{A}) = \frac{AB}{AC}$$
$$cos(\widehat{A}) = \frac{1,2}{2}$$
$$cos(\widehat{A}) = 0,6$$

• استنتاج قيس الزاوية $\widehat{A}$:

باستعمال الآلة الحاسبة (عزيزي الحاذق تأكد بأنّ الآلة الحاسبة الخاصّة بك على الوضع DEG).

الآن، نجد : $\mathcal{A} \simeq 53,13°$.

3. بطريقتين مختلفتين، حساب قيس الزاوية $\widehat{C}$: (02 ن)

◄ طريقة أولى :

تذكير مهم : سبق لك أن لاحظت أنّ : " مجموع أقياس الزوايا الداخلية لمثلث هو $180°$ ".

وعليه : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ وبالتالي : $\widehat{C} = 180° - \widehat{A} - \widehat{B}$.

elbassair.net

حسب ما فات، نجد أنّ :
$\widehat{\mathcal{C}} = 180° - 53,13° - 90° = 180° - 143,13° = 36,87°$

وأخيراً ... نجد : $\widehat{\mathcal{C}} = 36,87°$.

◄ طريقة ثانية :

بما أنّ المثلث $\mathcal{ABC}$ قائم الزاوية في $\mathcal{B}$، وعليه :

$$cos(\widehat{\mathcal{C}}) = \frac{\mathcal{BC}}{\mathcal{AC}}$$
$$cos(\widehat{\mathcal{C}}) = \frac{1,6}{2}$$
$$cos(\widehat{\mathcal{C}}) = 0,8$$

باستعمال الآلة الحاسبة، نجد القيمة التقريبية للزاوية $\widehat{\mathcal{C}}$.

إذن : $\widehat{\mathcal{C}} = 36,87°$.

حل التمرين الثالث (03 نقاط)

• إيجاد سعر كل كراس وكل قلم بالدينار :

نضع : x : سعر القلم الواحد، وبعد ترجمة معطيات نص التمرين. فنجد :

$6x$: سعر الكراس الواحد. وبالتالي،

تنتج لنا المعادلة التالية : $6x \times 7 + 4x = 2024$ **(01 ن)**.

• حل المعادلة : (01 ن)

$$6x \times 7 + 4x = 2024$$
$$42x + 4x = 2024$$
$$46x = 2024$$
$$x = \frac{2024}{46}$$
$$x = 44$$

ومنه، سعر القلم الواحد 44 دينار جزائري، وسعر الكراس الواحد هو : 264 دينار جزائري. (لأنّ : $44 \times 6 = 264$). **(01 ن)**

حل الوضعية الادماجية (07 نقاط)

1. نص نظرية طالس :

في المثلث $\mathcal{ABC}$ لدينا : $F \in (\mathcal{AC})$ و $E \in (\mathcal{AB})$ و $(\mathcal{FE})//(\mathcal{BC})$.

فإنّ :

$$\frac{\mathcal{AE}}{\mathcal{AB}} = \frac{\mathcal{AF}}{\mathcal{AC}} = \frac{\mathcal{FE}}{\mathcal{BC}} \quad (1)$$

2. حساب طول الضلع $[\mathcal{FE}]$

نرى مباشرة من العلاقة (1) :

$$\frac{12}{36} = \frac{\mathcal{AF}}{85} = \frac{\mathcal{FE}}{77}$$

ومنه :

$$\mathcal{FE} = \frac{77 \times 12}{36} = \frac{924}{36}$$

نختزل الكسر السابق، فنجد :

$$\mathcal{FE} = \frac{924 \div 12}{36 \div 12} = \frac{77}{3}$$

إذن، الكسر المطلوب هو : $\mathcal{FE} = \frac{77}{3}$.

2. حساب طول الضلع $[\mathcal{AF}]$:

• طريقة أولى : نطبق -نظرية طالس- وهذا حسب العلاقة السابق (1)، فنجد :

$$\frac{12}{36} = \frac{\mathcal{AF}}{85}$$

وعليه :

$$\mathcal{AF} = \frac{12 \times 85}{36} = \frac{1020}{36}$$

نختزل الكسر السابق، فنجد :

$$\mathcal{AF} = \frac{1020 \div 12}{36 \div 12} = \frac{85}{3}$$

إذن : $\mathcal{AF} = \frac{85}{3}$.

• طريقة ثانية : بما أنّ المثلث $\mathcal{AEF}$ قائم في $\mathcal{E}$، إذن -حسب خاصية فيتاغورس المباشرة- :

$$\mathcal{AF}^2 = \mathcal{EF}^2 + \mathcal{EA}^2$$
$$\mathcal{AF}^2 = \left(\frac{77}{3}\right)^2 + 12^2$$
$$\mathcal{AF}^2 = \frac{5929}{9} + 144$$
$$\mathcal{AF}^2 = \frac{7225}{9}$$
$$\mathcal{AF} = \frac{85}{3}$$

إذن : $\mathcal{AF} = \frac{85}{3}$.

3. إثبات :

• **إثبات أنّ : $\mathcal{S}_0 = 12x$:**

في الحقيقة :

$$\mathcal{S}_0 = \frac{\mathcal{CN} \times \mathcal{BE}}{2}$$
$$\mathcal{S}_0 = \frac{x \times 24}{2}$$
$$\mathcal{S}_0 = 12x$$

• **إثبات أنّ : $\mathcal{S}_2 = 154$:**

لدينا :

$$\mathcal{S}_2 = \frac{\mathcal{FE} \times \mathcal{EA}}{2}$$
$$\mathcal{S}_2 = \frac{\frac{77}{3} \times 12}{2}$$
$$\mathcal{S}_2 = \frac{308}{2}$$
$$\mathcal{S}_2 = 154$$

• **إثبات أنّ : $\mathcal{S}_1 = 1232 - 12$:**

لدينا :

$$\mathcal{S}_{ABC} = \mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$$

ومنه :

$$\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_{ABC} - \mathcal{S}_0 - \mathcal{S}_2$$

وبالتالي :

$$\mathcal{S}_1 = 1386 - 12x - 154$$

وعليه :

$$\mathcal{S}_1 = 1232 - 12x$$

4. حل المعادلة : $\mathcal{S}_0 = \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$

لدينا : $\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2 = 1386 - 12x$ و $\mathcal{S}_0 = 12x$ ومنه :

$$12x = 1386 - 12x$$
$$12x + 12x = 1386$$
$$24x = 1386$$
$$x = \frac{1386}{24}$$
$$x = 57,75$$

5. تتساوى مساحة أرض زيْد ومساحة أرض أسامة فقط إذا كان $\mathcal{CN} = 57,75$.

◄ **ملاحظة :** تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط.

في آخر هذا الملف !!!

لا أعلم أنّ هذه السنة المليئة بالمتاعب، تعلمنا جميع المفاهيم المتعلقة بالسنة الثالثة، إلاّ أنّنا لا نبخل عليك أيّها التلميذ المجتهد، ببعض ملفات وفيديوهات مهمّة، و هذا ما يكون ثمرة في شهادة التعليم المتوسط -2022- بإذن الله تعالى.

روابط بعض ملفات مهمّة لتلاميذ ثالثة متوسط :

- تقويم تشخيصي.
- وظيفة منزلية رقم (01).
- سلسة تمارين في الأعداد النسبية والعمليات على الكسور والأعداد الناطقة.
- سلسلة تمارين في المثلثات تحوي على 40 تمرين.
- الفرض المحروس للفصل الأوّل فوج -01- مع التصحيح.
- الفرض المحروس للفصل الأوّل فوج -02- مع التصحيح.
- الامتحان المحروس للفصل الأوّل.
- تمارين محلولة بالتفصيل الممل حول "خاصيّة فيتاغورس المباشرة و الخاصية العكسية لفيتاغورس وجيب تمام".
- الفرض المحروس للفصل الثاني مع التصحيح المفصّل.

روابط بعض فيديوهات مهمّة لتلاميذ ثالثة متوسط :

- خاصيّة فيتاغورس المباشرة والعكسية مع أمثلة تطبيقية.
- تمارين قيّمة حول خاصيّة فيتاغورس المباشرة.
- جيب تمام زاوية حادّة -cos-.

كل شيء ستجدوه -بحول الله- عبر صفحتنا على الفيسبوك :

- منارة جَيْـوَخ العربـي للرياضيات.
- تجمع أولياء وتلاميذ (1 - 2 - 3 -4) متوسط.

موفقــون بإذن الرحمـان

عطلـــــــــة سعيدة

دمتــم في رعاية الله وحفظه أوْلادي

elbassair.net